Белорусский государственный агротехнический университет, Минск

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПНЕВМОКОЛЕСНЫХ ДВИЖИТЕЛЕЙ С ПОЧВОЙ В ВИДЕ ОДНО- И ДВУХМАССОВОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Чигарев Ю.В., Романюк Н.Н., Рутковский И.Г.

ВВЕДЕНИЕ

Передвижение машинно-тракторных агрегатов (МТА) по полям породило проблему переуплотнения почв. Эта проблема непосредственно связана с массой МТА, скоростью их передвижения, рельефом опорной поверхности.

Повышение скорости движения, переезд тракторов поперек периодически повторяющихся борозд поля, которые имеют волнообразный профиль, приводит к увеличению амплитуд колебаний, ускорений различных точек МТА и динамических нагрузок, действующих на них со стороны опорной поверхности, которые передаются через движители на почву.

Мгновенное значение вертикальной нагрузки $G_{дин}(t)$, приходящейся на ось колеса, можно определить по зависимости:

$$G_{дин}(t) = M(g \pm \ddot{\xi}), \qquad (1)$$

где M – масса, нагруженная ось колеса, кг;

g, $\ddot{\xi}$ – ускорение свободного падения и оси колеса соответственно.

Анализ формулы (1) показывает, что снизить динамические нагрузки можно за счет уменьшения:

– массы МТА (что весьма проблематично),

– ускорения колебаний оси колеса $\ddot{\xi}$.

Аналитическое исследование колебательных систем заключается в составлении и решении дифференциальных уравнений. Такой способ удобен тем, что он позволяет получить количественное решение практически с любой точностью и качественную оценку после несложного анализа, но при этом необходимо выполнить значительный объем вычислений.

Методы решения

Рассмотрим взаимодействие одиночного пневмоколесного движителя, передвигающегося по опорной поверхности, в виде двухмассовой эквивалентной колебательной системы в случае наличия подвески (рисунок 1, а) и одномассовой – без подвески (рисунок 1, б). Влиянием тракториста на колебания пренебрегаем, так как оно мало.

Примем, что силы сопротивления в подвеске пропорциональны скорости колебаний остова трактора.

Пусть уравнение продольного профиля пути имеет вид:

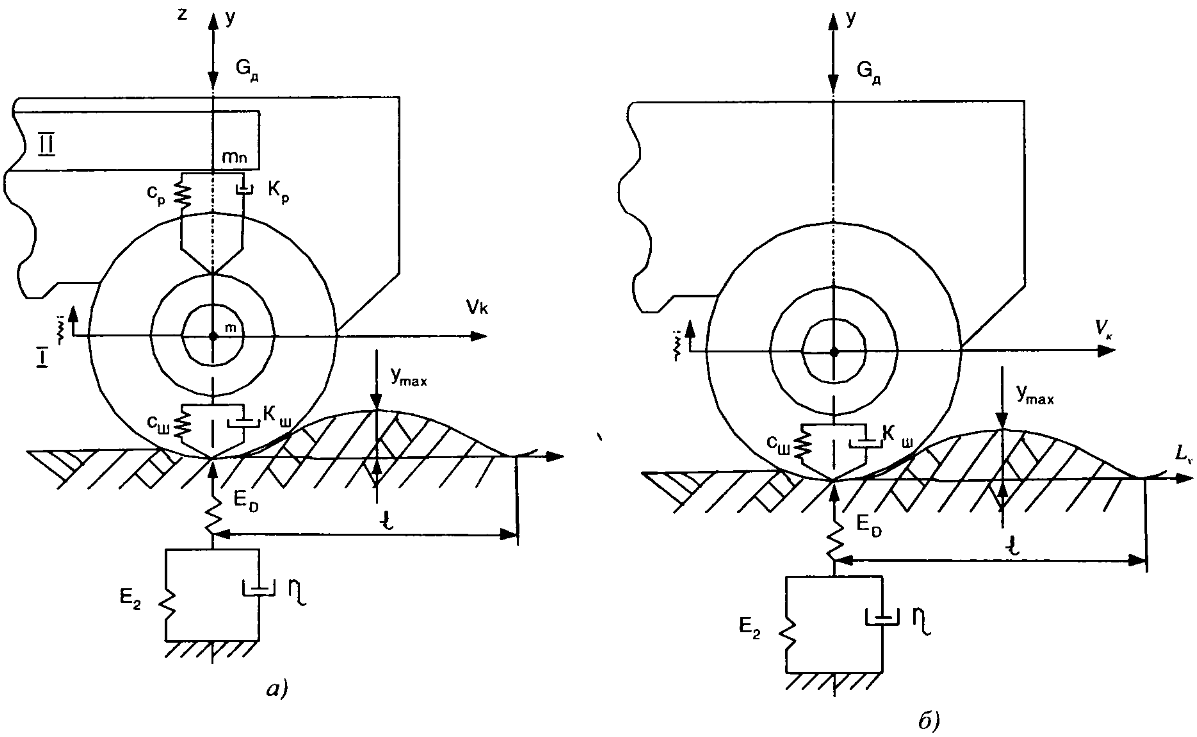


Рисунок 1. Схема взаимодействия одиночного пневмоколесного движителя с опорной поверхностью в виде эквивалентной колебательной системы: а) – двухмассовой, б) – одномассовой

$$y = y_{\max} \sin \lambda t, \tag{2}$$

где $y_{\max}$ – максимальная высота неровности поверхности;

$\lambda = \dfrac{2\pi V_K}{l}$ – частота вынужденных колебаний, создаваемая неровностями поверхности;

V_K – скорость движения колеса;

l – длина волны неровности поверхности.

Уравнения колебаний одиночного пневмоколесного движителя в случае наличия подвески в вертикальной плоскости, выраженные через вертикальное перемещение z подрессоренной массы и вертикальное перемещение оси колеса ξ (рисунок 1, а) при движении по опорной поверхности, задаваемой уравнением 2, аналогично [1, с. 210], будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \ddot{z} + 2h_n\dot{z} + \omega_n^2 z - 2h_n\dot{\xi} - \omega_n^2\xi = 0, \\ \ddot{\xi} + 2h_н\dot{\xi} + \omega_н^2\xi - 2h_{но}\dot{z} - \omega_{но}^2 z = Q_y / m \; = 2h_ш\dot{y} + \omega_ш^2 y, \end{cases} \tag{3}$$

где $z, \dot{z}, \ddot{z}$ – соответственно амплитуда, скорость и ускорение подрессоренной массы;

ξ, $\dot{\xi}$, $\ddot{\xi}$ – соответственно амплитуда, скорость и ускорение колебаний оси колеса;

$h_П = \dfrac{K_P}{2m_n}$ – коэффициент затухания вертикальных колебаний подрессоренной массы;

K_p – коэффициент демпфирования (сопротивления) подвески;

$\omega_П = \sqrt{\dfrac{C_p}{m_n}}$ – частота вертикальных колебаний подрессоренной массы;

C_p – коэффициент жесткости подвески;

$h_Н = \dfrac{K_P + K_Ш}{2m}$ – коэффициент затухания вертикальных колебаний неподрессоренной массы;

$K_Ш$ – коэффициент демпфирования (сопротивления) шины;

$\omega_Н = \sqrt{\dfrac{C_p + C_Ш}{m}}$ – частота вертикальных колебаний неподрессоренной массы;

$C_Ш$ – коэффициент жесткости шины;

m_n – подрессоренная масса остова;

m – неподрессоренная масса;

$M = m_n + m$ – масса, нагружающая ось колеса;

$h_{Но} = \dfrac{K_P}{2m}$ – коэффициент затухания, $с^{-1}$;

$\omega_{Но} = \sqrt{\dfrac{C_p}{m}}$ – частота колебаний, $с^{-1}$;

Q_y – сила, являющаяся следствием кинематического возбуждения со стороны поля, формирующегося за счет движения движителя по неровностям;

$h_Ш = \dfrac{K_Ш}{2m}$ – коэффициент затухания вертикальных колебаний шины;

$\omega_Ш = \sqrt{\dfrac{C_Ш}{m}}$ – частота вертикальных колебаний шины.

Для решения приведенной системы уравнений (3) воспользуемся системой *MATLAB*. Пакет *Simulink* входит в состав системы *MATLAB* и предназначен для математического моделирования динамических систем, представленных своей функциональной блок-схемой, именуемой моделью. Для построения функциональной блок-схемы моделируемых устройств *Simulink* имеет библиотеку блочных компонентов и редактор блок-схем [2].

В *Simulink* собирается блок-схема, приведенная на рисунке 2. Для моделирования первое уравнение системы 3 приведем к виду:

$$\ddot{z} = -2h_n\dot{z} - \omega_n^2 z + 2h_n\dot{\xi} + \omega_n^2\xi . \qquad (4)$$

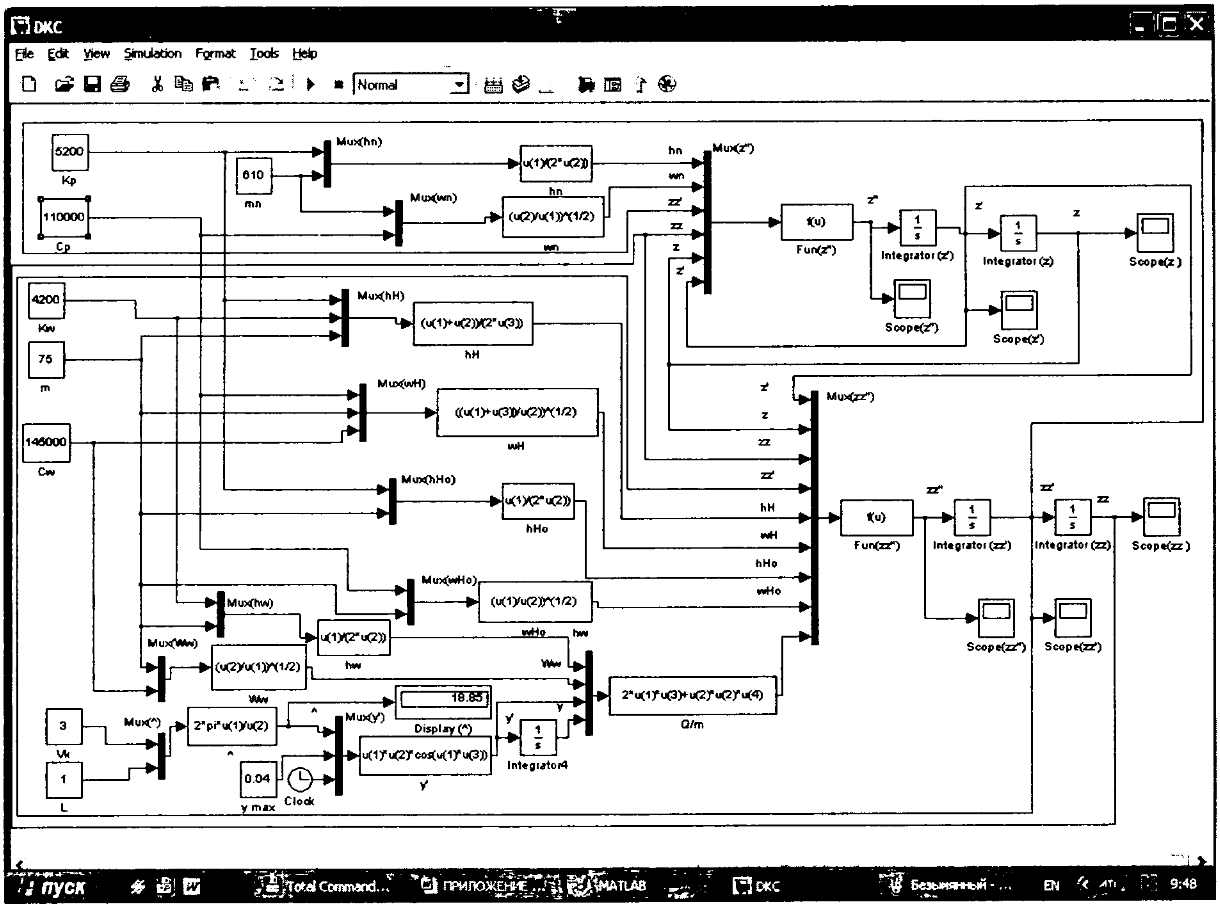


Рисунок 2. Блок-схема для двухмассовой эквивалентной колебательной системы

В блок Fun (z'') /соответствует физической величине ускорения подрессоренной массы $\ddot{z}$ / записывается уравнение:

$$-2*u(1)*u(6)-u(2)*u(2)*u(5)+2*u(1)*u(3)+u(2)*u(2)*u(4), \qquad (5)$$

где $u(1)-\mathrm{hn}/h_П/$, $u(2)-\mathrm{wn}/\omega_П/$, $u(3)-zz'/\dot{\xi}/$, $u(4)-zz/\xi/$, $u(5)-z/z/$, $u(6)-z'/\dot{z}/$ – компоненты вектора входного сигнала и их соответствие физическим величинам.

Начальное значение амплитуды колебаний подрессоренной массы z:

$$z=0. \qquad (6)$$

Это значение записывается в блок *Integrator z*, в поле *Initial condition.*

Начальное значение скорости колебаний подрессоренной массы $\dot{z}$ в вертикальной плоскости записывается в блок *Integrator*(z'):

$$\dot{z}=0. \qquad (7)$$

В блок $\mathrm{hn}/h_П/$ записывается уравнение:

$$u(1)/(2*u(2)), \qquad (8)$$

где $u(1)-Kp/K_P/$, $u(2)-\mathrm{mn}/m_n/$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок wn $/\omega_П/$ записывается уравнение:

$$(u(2)/u(1))\text{^}(1/2), \qquad (9)$$

где $u(1)-\mathrm{mn}/m_n/$, $u(2)-\mathrm{Cp}/C_P/$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

Второе уравнение системы (2.43) приведем к виду:

$$\ddot{\xi} = -2h_{н}\dot{\xi} - \omega_{н}^{2}\xi + 2h_{но}\dot{z} + \omega_{но}^{2}z + Q_{y} / m. \tag{10}$$

В блок Fun (zz'') / $\ddot{\xi}$ / оно запишется в виде:

$$-2*u(5)*u(4) - u(6)*u(6)*u(3) + 2u(7)*u(1) + u(8)*u(8)*u(2) + u(9), \tag{11}$$

где $u(1) - z' / \dot{z} /$, $u(2) - z$, $u(3) - zz / \xi /$, $u(4) - zz' / \dot{\xi} /$, $u(5) -$ hH / h_{H} /, $u(6) -$ wH / ω_{H} /, $u(7) -$ hH0 / h_{H_0} /, $u(8) -$ wH0 / ω_{H_0} /– компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

На девятый вход $u(9)$ объединителя *Mux* (zz'') / $\ddot{\xi}$ / подается Q/*m*- / $\frac{Q_y}{m}$ /.

Начальное значение амплитуды колебаний оси колеса ξ записывается в блок *Integrator*(zz):

$$\xi = 0. \tag{12}$$

Начальное значение скорости колебаний оси колеса $\dot{\xi}$ в вертикальной плоскости записывается в блок *Integrator*(zz$'$):

$$\dot{\xi} = 0. \tag{13}$$

В блок hH / h_{H} /записывается уравнение:

$$(u(1) + u(2)) / (2*u(3)), \tag{14}$$

где $u(1) -$ Kp / K_{P} /, $u(2) -$ Kw / $K_{ш}$ /, $u(3) - m$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок wH / ω_{H} /записывается уравнение:

$$((u(1) + u(3)) / u(2))\text{^}(1/2), \tag{15}$$

где $u(1) -$ Cp / C_{P} /, $u(2) - m$, $u(3) -$ Cw / $C_{ш}$ / – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок hH0 / h_{H_0} / записывается уравнение:

$$u(1) / (2*u(2)), \tag{16}$$

где $u(1) -$ Kp / K_{P} /, $u(2) - m$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок wH0 / ω_{H_0} / записывается уравнение:

$$(u(1) / u(2))\text{^}(1/2), \tag{17}$$

где $u(1) -$ Cp / C_{P} /, $u(2) - m$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок Q/*m* параметр Q_{y} / m записывается в виде:

$$2*u(1)*u(3) + u(2)*u(2)*u(4), \tag{18}$$

где $u(1) -$ hw / $h_{ш}$ /, $u(2) -$ Ww / $\omega_{ш}$ /, $u(3) - y' / \dot{y} /$, $u(4) - y$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок hw / $h_ш$ / записывается уравнение:

$$u(1)/(2*u(2)), \qquad (19)$$

где $u(1)-$ Kw / $K_ш$ /, $u(2)=m$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок Ww / $\omega_ш$ / записывается уравнение:

$$(u(2)/(u(1))\text{^}(1/2), \qquad (20)$$

где $u(1)-m$, $u(2)-$Cw / $C_ш$ / – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок $y' / \dot{y}$ / записывается уравнение:

$$u(1)*u(2)*\cos(u(1)*u(3)), \qquad (21)$$

где $u(1)$–^(λ), $u(2)=y_{\max}$, $u(3)-$время $t-$ компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок ^(λ) записывается уравнение:

$$2*pi*u(1)/u(2), \qquad (22)$$

где $u(1)-$Vk / V_K /, $u(2)-$L(l)– компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

Чтобы на вход 3 объединителя сигнала *Mux* $y' / \dot{y}$ / подать время t используется блок *Clok.*

При отсутствии подвески, уравнение колебаний одиночного пневмоколесного движителя в вертикальной плоскости, заданного в виде эквивалентной одномассовой колебательной системы (рисунок 1, б) будет иметь вид:

$$\ddot{\xi}+2h_Ш\dot{\xi}+\omega_Ш^2\xi=2h_Ш\dot{y}+\omega_Ш^2 y. \qquad (23)$$

Приведем уравнение (23) к виду:

$$\ddot{\xi}=-2h_Ш\dot{\xi}-\omega_Ш^2\xi+Q_y/M. \qquad (24)$$

На рисунке 3 приведена блок-схема, собранная в *Simulink* для уравнения (24) колебаний одиночного пневмоколесного движителя в вертикальной плоскости, заданного в виде эквивалентной одномассовой колебательной системы.

В блок Fun (zz'') / $\ddot{\xi}$ / оно запишется в виде:

$$-2*u(3)*u(2)-u(4)*u(4)*u(1)+u(5), \qquad (25)$$

где $u(1)-zz(\xi)$, $u(2)-zz'(\dot{\xi})$, $u(3)-$hw / $h_ш$ /, $u(4)-$Ww / $\omega_ш$ /– компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

На пятый вход $u(5)$ объединителя *Mux* (zz'') / $\ddot{\xi}$ / подается Q/M- / $\frac{Q_y}{M}$ /.

Начальное значение амплитуды колебаний оси колеса ξ записывается в блок *Integrator*(zz):

$$\xi=0. \qquad (26)$$

Начальное значение скорости колебаний оси колеса $\dot{\xi}$ в вертикальной плоскости записывается в блок *Integrator* (zz'):

$$\dot{\xi}=0. \qquad (27)$$

В блок hw / $h_ш$ / записывается уравнение:

$$u(1)/(2*u(2)), \tag{28}$$

где $u(1)-$ Kw / $K_ш$ /, $u(2)=M$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок Ww / $\omega_ш$ / записывается уравнение:

$$(u(2)/(u(1))\wedge(1/2), \tag{29}$$

где $u(1)=M$, $u(2)-$Cw / $C_ш$ / – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок Q/M параметр Q_y / M записывается в виде:

$$2*u(1)*u(3)+u(2)*u(2)*u(4), \tag{30}$$

где $u(1)-$hw / $h_ш$ /, $u(2)-$Ww / $\omega_ш$ /, $u(3)-y'/\dot{y}/$, $u(4)-y$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

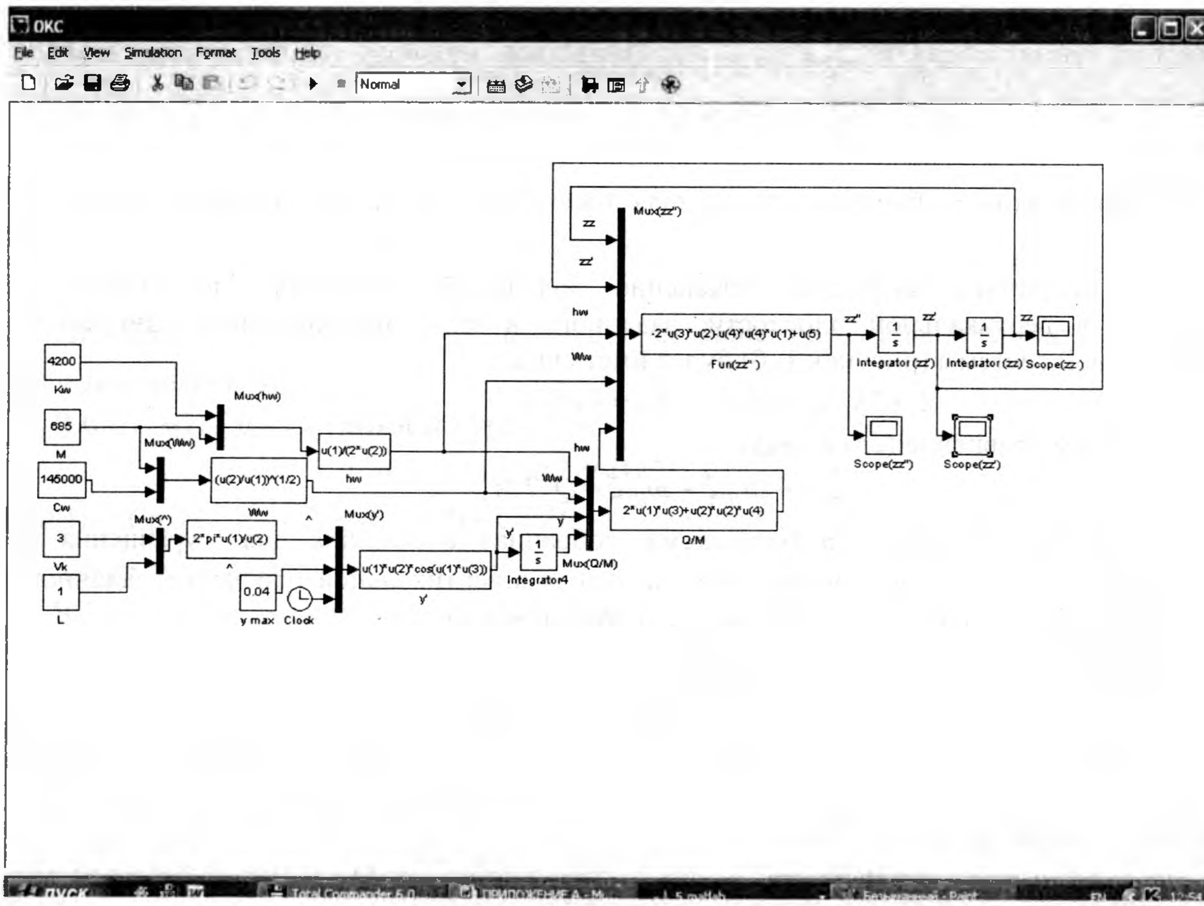


Рисунок 3. Блок-схема для одномассовой эквивалентной колебательной системы

В блок $y'/\dot{y}/$ записывается уравнение:

$$u(1)*u(2)*\cos(u(1)*u(3)), \tag{31}$$

где $u(1)-\wedge(\lambda)$, $u(2)=y_{\max}$, $u(3)-$время $t-$ компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок $^\wedge(\lambda)$ записывается уравнение:

$$2*pi*u(1)/u(2), \qquad (32)$$

где $u(1)-\mathrm{Vk}$ $/V_K/$, $u(2)-\mathrm{L}(l)$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

Блок *Clok* используется для подачи времени t на вход 3 объединителя сигнала *Mux* y' $/\dot{y}/$.

Для ввода исходных данных следует использовать блоки *Constant,* для просмотра результатов расчета – *Display* и *Scope*. Причем в блоке *Display* отображают результат расчета в численном виде, а в блоке – *Scope* в графическом виде.

Для настройки режима моделирования в верхнем меню *Simulation* используется пункт *Simulation Parameters...* При решении дифференциальных уравнений в разделе *Solver options* выбираем *ode 15s (stiff/NDF).* Этот метод больше подходит для решения дифференциальных уравнений в частных производных, чем установленный по умолчанию *ode 45,* который реализует алгоритм метода Рунге–Кутта. Время моделирования устанавливается в окне *Stop time.*

Для запуска процесса моделирования используется *Start simulation.* Просмотр результатов моделирования осуществляется по двум щелчкам мышью по соответствующему блоку *Scope*. Автоматическое масштабирование графика в окне *Scope* производится при помощи кнопки *Auto scale.*

При моделировании использовались два типа шин: диагональные и радиальные, для двухмассовой эквивалентной колебательной системы задавались различные параметры подвески. Характеристики шин задавались согласно исследований, проведенных В.П. Бойковым [3, рисунок 17, с.45; рисунок 44, б, с.84] и учетом опорной жесткости почвы $C_{оп}$ при $\kappa_0 = 1{,}3\cdot 10^{-7}\,\frac{м^3}{Н}$.

Результаты моделирования двухмассовой эквивалентной колебательной системы показаны на рисунке 4, одномассовой – на рисунке 5.

ВЫВОДЫ

1 Двухмассовая эквивалентная колебательная система имеет преимущества по сравнению с одномассовой, так как при наличии подвески, значение ускорений колебаний оси колеса $\ddot{\xi}$ меньше.

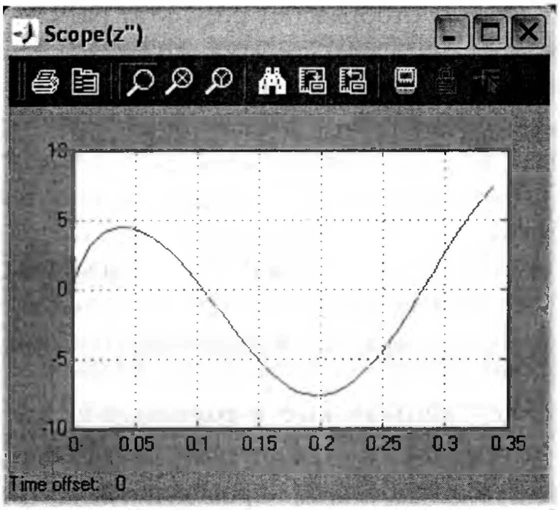
2 К повышению ускорений колебаний оси колеса $\ddot{\xi}$ ведут увеличение: высоты неровности поверхности $y_{\max}$, скорости движения V_K, внутришинного давления p_w; уменьшение длины волны неровности поверхности l.

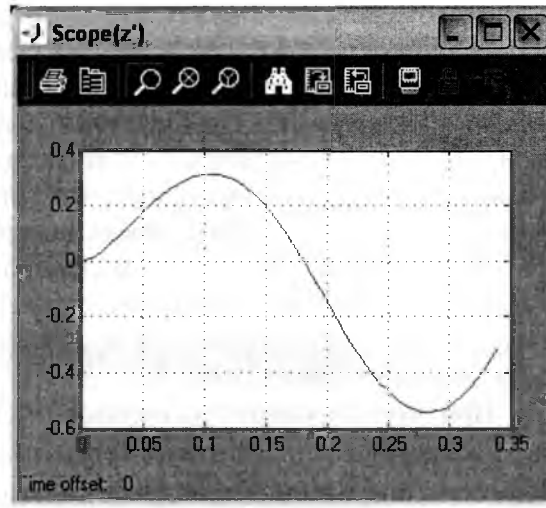
3 Значение ускорений колебаний оси колеса $\ddot{\xi}$ у радиальных шин меньше, чем у диагональных.

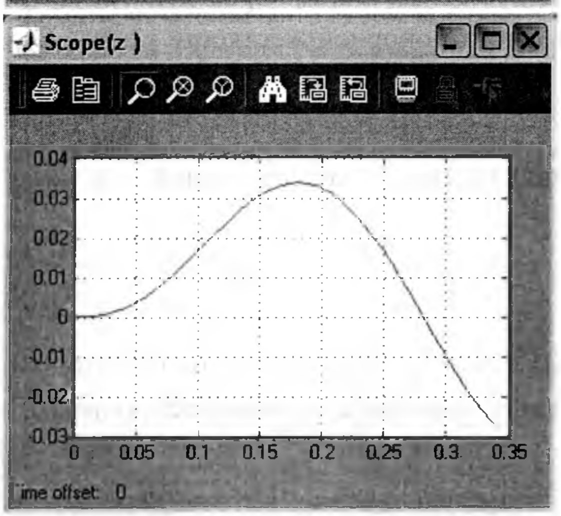
Снизить ускорение колебаний оси колеса можно за счет:

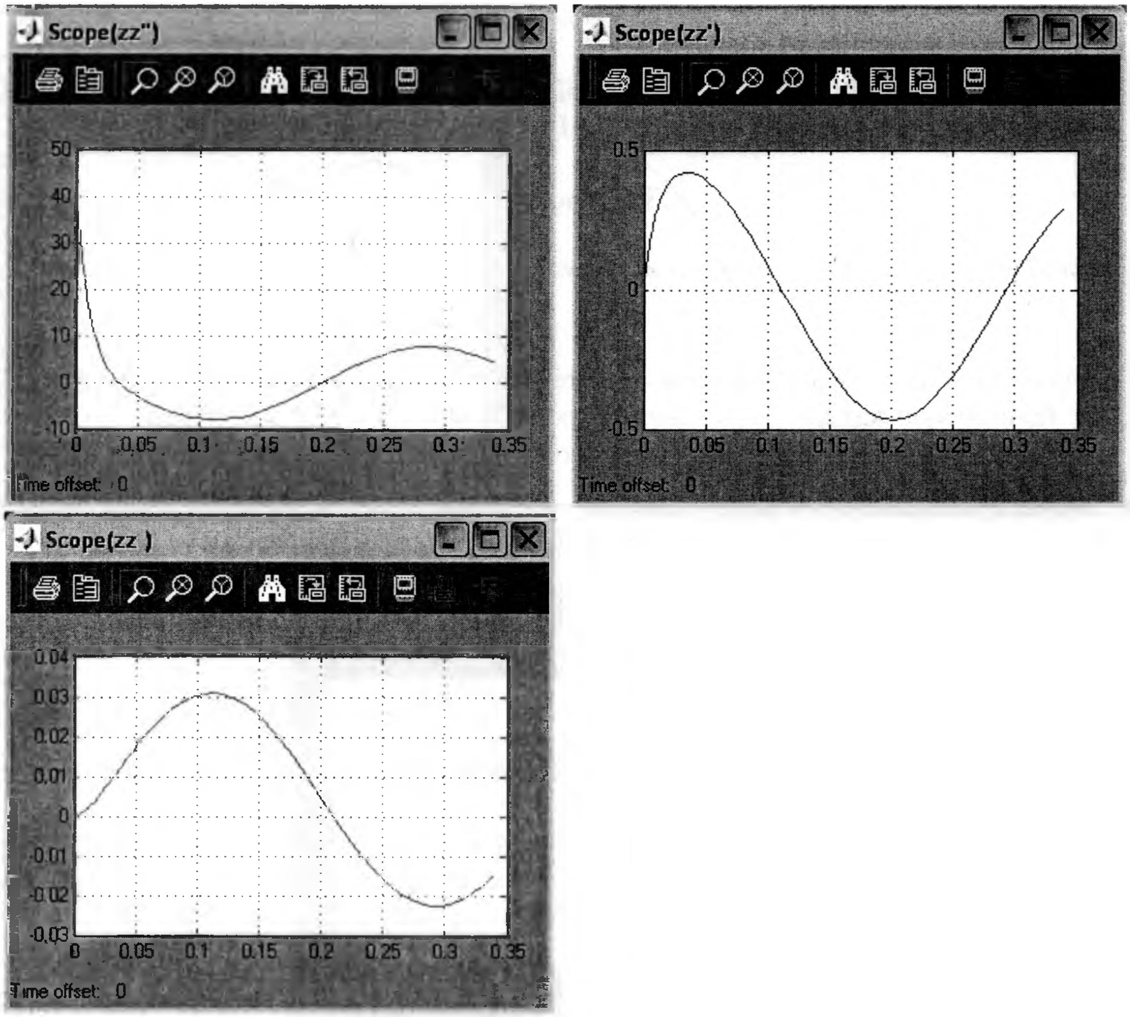
- выравнивания поверхности поля (уменьшения максимальной высоты $y_{\max}$ и увеличения дины волны l неровности поверхности);
- снижения внутришинного давления до $80 кПа$;
- скорость движения при выполнении сельскохозяйственных операций не должна превышать $3 м/с$;

- для одномассовой эквивалентной колебательной системы – использовать специальные шины с повышенной демпфирующей способностью и увеличенным статическим прогибом;
- для двухмассовой эквивалентной колебательной системы – параметры системы подрессоривания должны иметь значения: $C_p = 110...220\frac{кН}{м}$ и $K_p = 5{,}2...7\frac{кН \cdot с}{м}$.







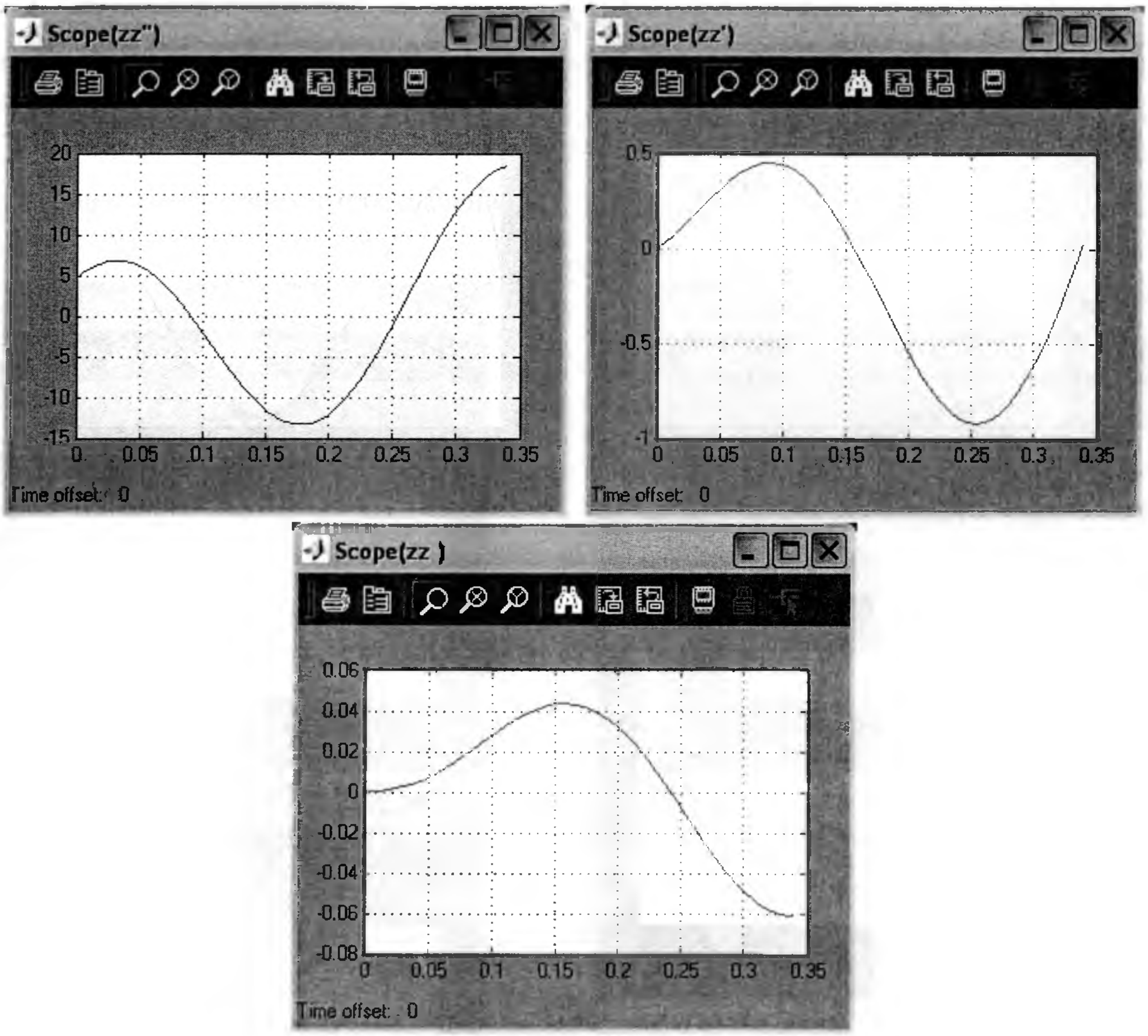


$$C_{Ш} = 145\frac{кН}{м}, K_{Ш} = 4{,}2\frac{кН \cdot с}{м}, C_P = 110\frac{кН}{м}, K_P = 5{,}2\frac{кН \cdot с}{м}, V_K =$$
$$= 3\frac{м}{с}, l = 1м, y_{\max} = 0{,}04м, m_n = 610кг, m = 75кг;$$

$z''(\ddot{z}), z'(\dot{z}), z$ - соответственно ускорение, скорость, амплитуда колебаний подрессоренной массы;

$zz''(\ddot{\xi}), zz'(\dot{\xi}), zz(\xi)$ - соответственно ускорение, скорость, амплитуда колебаний оси колеса

Рисунок 4. Результаты моделирования блок-схемы двухмассовой эквивалентной колебательной системы



$$C_{Ш} = 145\frac{кН}{м}, K_{Ш} = 4{,}2\frac{кН \cdot с}{м}, V_{К} = 3\frac{м}{с}, l = 1м, y_{\max} = 0{,}04м, M = 685кг;$$

$zz''(\ddot{\xi}), zz'(\dot{\xi}), zz(\xi)$ - соответственно ускорение, скорость, амплитуда колебаний оси колеса

Рисунок 5. Результаты моделирования блок-схемы одномассовой эквивалентной колебательной системы

ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов, Г.А. Теория движения колесных машин / Г.А. Смирнов. – 2-е изд., доп. и перераб. – Москва: Машиностроение, 1990. – 352с.

2. Черных, И.В. Simulink. Среда создания инженерных приложений / И.В. Черных; под общей редакцией В.Г. Потемкина. – Москва: Диалог – МИФИ, 2004. – 491с.

3. Бойков, В.П. Шины для тракторов и сельскохозяйственных машин / В.П. Бойков, В.Н. Белковский. – Москва: Агропромиздат, 1988. – 240с.